

同德高中

國中教育會考考前大特搜

第 15 期 / 編撰教師：柳源裕老師

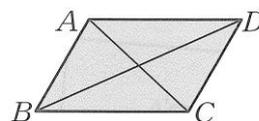


特搜 1-平行與四邊形(2)

重要性：★★★★★

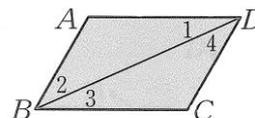
一、平行四邊形的定義：

1. 兩組對邊分別平行的四邊形稱為平行四邊形。
2. 如圖，若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，那麼四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形，記作「 $\square ABCD$ 」，讀作「平行四邊形 $ABCD$ 」。其中 \overline{AC} 、 \overline{BD} 為四邊形 $ABCD$ 的對角線。



二、平行四邊形的性質：

1. 平行四邊形的一條對角線把平行四邊形分成兩個全等三角形。

例：如圖， \overline{BD} 為 $\square ABCD$ 的對角線，則： $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ 。

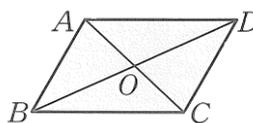
2. 平行四邊形的兩組對邊分別相等，兩組對角分別相等，兩組鄰角互補。

例：如圖，在 $\square ABCD$ 中，則：

$$\textcircled{1} \overline{AB} = \overline{CD}, \overline{AD} = \overline{BC}。$$

$$\textcircled{2} \angle ABC = \angle ADC, \angle BAD = \angle BCD。$$

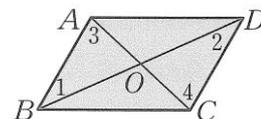
$$\textcircled{3} \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ, \angle BAD + \angle ADC = 180^\circ。$$



3. 平行四邊形的對角線互相平分。

例：如圖，在 $\square ABCD$ 中， \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 O 點，

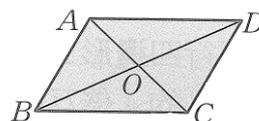
則： $\overline{AO} = \overline{CO}$ ， $\overline{BO} = \overline{DO}$ 。



4. 平行四邊形的兩條對角線將四邊形分成四個面積相等三角形。

例：如圖，在 $\square ABCD$ 中，

則： $\triangle OAB$ 面積 $=\triangle OBC$ 面積 $=\triangle OCD$ 面積 $=\triangle OAD$ 。

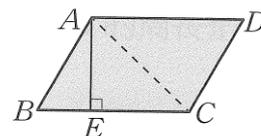


三、平行四邊形的面積：

平行四邊形面積 = 底 \times 高。

例：如圖，在 $\square ABCD$ 中， $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 於 E 點，

則： $\square ABCD$ 面積 $=\overline{AE} \times \overline{BC}$ 。



同德高中部繁星說明會

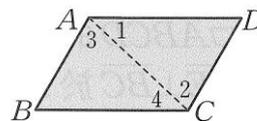
4/25(六)10:00~12:00

四、平行四邊形判別：

1. 若一個四邊形的兩雙對邊互相平行，

則由定義可知此四邊形必為平行四邊形。

2. 兩組對邊分別相等的四邊形是平行四邊形。



例：四邊形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{AD}$ ，

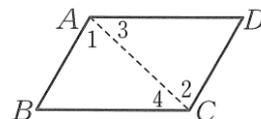
則：四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



3. 有一組對邊平行且相等的四邊形是平行四邊形。

例：四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，

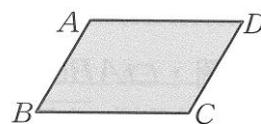
則：四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



4. 兩組對角分別相等的四邊形是平行四邊形。

例：四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ，

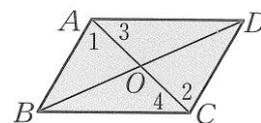
則：四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



5. 兩條對角線互相平分的四邊形是平行四邊形。

例：四邊形 $ABCD$ 中，已知對角線 \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 O 點，且 $\overline{OA} = \overline{OC}$ ，

$\overline{OB} = \overline{OD}$ ，則：四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形。



同德高中部繁星說明會

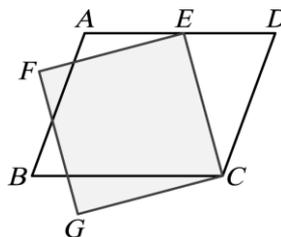
4/25(六)10:00~12:00



柳哥陪你考

1. (C)如圖，有一平行四邊形 $ABCD$ 與一正方形 $CEFG$ ，其中 E 點在 \overline{AD} 上。若 $\angle ECD = 35^\circ$ ， $\angle AEF = 15^\circ$ ，則 $\angle B$ 的度數為何？〔105. 會考〕

- (A) 50
- (B) 55
- (C) 70
- (D) 75。



詳解：在 $\triangle CDE$ 中， $\angle AEC = \angle ECD + \angle D$ （三角形的外角定理）

$$15^\circ + 90^\circ = 35^\circ + \angle D \quad (\text{正方形的內角是 } 90^\circ) \quad \therefore \angle D = 70^\circ$$

又四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形

$$\therefore \angle B = \angle D = 70^\circ \quad (\text{平行四邊形的對角相等})$$

2. (B)下列選項中的四邊形只有一個為平行四邊形，根據圖中所給的邊長長度及角度，判斷哪一個為平行四邊形？〔103. 會考〕

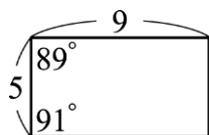
(A)



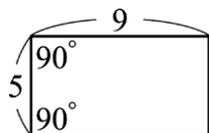
(B)



(C)



(D)



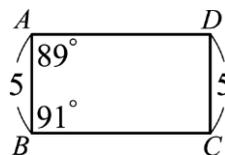
同德高中部繁星說明會

4/25(六)10:00~12:00

詳解：(A) $\because 89^\circ + 91^\circ = 180^\circ \quad \therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，又 $\overline{AB} = \overline{DC} = 5$

但 \overline{AD} 不一定等於 \overline{BC}

\therefore 此四邊形可以為等腰梯形

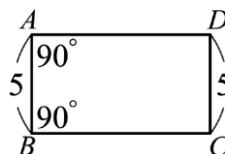


(B) $\because 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，又 $\overline{AB} = \overline{DC} = 5$ ，

且 $\angle A = \angle B = 90^\circ$

\therefore 四邊形 $ABCD$ 為矩形

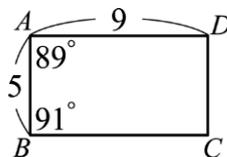
故四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形



(C) $\because 89^\circ + 91^\circ = 180^\circ \quad \therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$



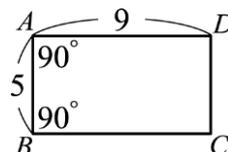
$\therefore \overline{AD}$ 不一定等於 \overline{BC}
 \therefore 此四邊形可以是梯形



(D) $\therefore 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \quad \therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

雖然 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ，但 \overline{AB} 不一定等於 \overline{DC}

\therefore 此四邊形可以是梯形



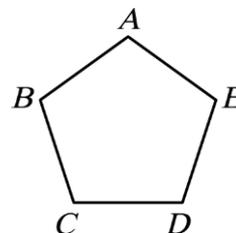
3. (C) 如圖，甲、乙兩人想在正五邊形 $ABCDE$ 內部找一點 P ，使得四邊形 $ABPE$ 為平行四邊形，其作法如下：

(甲) 連接 \overline{BD} 、 \overline{CE} ，兩線段相交於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 先取 \overline{CD} 的中點 M ，再以 A 為圓心， \overline{AB} 長為半徑畫弧，交 \overline{AM} 於 P 點，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？〔102. 基測〕

- (A) 兩人皆正確
 (B) 兩人皆錯誤
 (C) 甲正確，乙錯誤
 (D) 甲錯誤，乙正確。



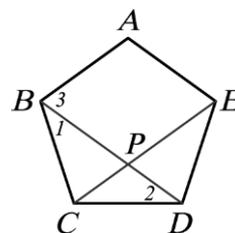
詳解：(甲) 如圖，在 $\triangle BCD$ 中 $\therefore \overline{BC} = \overline{CD}$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\angle 3 = 108^\circ - \angle 1 = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$$

$$\therefore \angle BAE + \angle 3 = 108^\circ + 72^\circ = 180^\circ$$

$\therefore \overline{AE} \parallel \overline{BP}$ 同理， $\overline{AB} \parallel \overline{EP}$ ，故四邊形 $ABPE$ 為平行四邊形



同德高中部繁星說明會
 4/25(六)10:00~12:00



(乙)如圖

$\because \overline{AM}$ 為對稱軸 $\therefore \overline{AM}$ 平分 $\angle BAE$

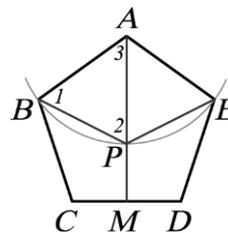
$$\angle 3 = 108^\circ \div 2 = 54^\circ$$

$$\because \overline{AB} = \overline{AP} \quad \therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{180^\circ - 54^\circ}{2} = 63^\circ$$

$$\angle BAE + \angle 1 = 108^\circ + 63^\circ = 171^\circ \neq 180^\circ$$

$\therefore \overline{AE}$ 不平行 \overline{BP}

故四邊形 ABPE 不為平行四邊形



4. (A)如圖(一)，平行四邊形紙片 ABCD 的面積為 120， $\overline{AD} = 20$ ， $\overline{AB} = 18$ 。

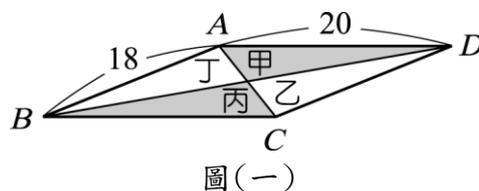
今沿兩對角線將四邊形 ABCD 剪成甲、乙、丙、丁四個三角形紙片。若將甲、丙合併 (\overline{AD} 、 \overline{CB} 重合) 形成一線對稱圖形戊，如圖(二)所示，則圖形戊的兩對角線長度之和為何？〔99. 基測 II〕

(A) 26

(B) 29

(C) $24\frac{2}{3}$

(D) $25\frac{1}{3}$ 。



圖(一)



圖(二)

詳解：如圖所示，圖形戊由三角形甲、丙組成

$$\text{甲面積} = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{EG} \Rightarrow 120 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times 20 \times \overline{EG}$$

$$\Rightarrow \overline{EG} = 3, \text{ 同理 } \overline{GF} = 3$$

$$\therefore \text{圖形戊的兩對角線長度之和} = \overline{AD} + \overline{EG} + \overline{GF} = 20 + 3 + 3 = 26$$

